Лекция 6 Элементы теории струн (продолжение)

Открытые струны и браны

D-браны были открыты Полчинским (1995) в рез. рассмотрения T-дуальности в секторе откр. струн (мы здесь не рассм. вопрос T-дуальности, но см. обзор Porrati, Giveon, Rabinovici).

VI-1 Dp-браны – гиперпов. в $d=10$ разм. $p+1$: на них оканчиваются откр. струны

теория типа IIA: стабильные Dp браны $\exists$ при $p=0,2,4,6,8$

теория типа IIB: $p=1,3,5,7,9^{*}$

* с нек. огран.

- Dp браны заряжены по отнош. к A_p.
- Они „тяжелые" при $g_s \ll 1$: $T_D \sim 1/g_s$
- Не все браны – это D-браны!

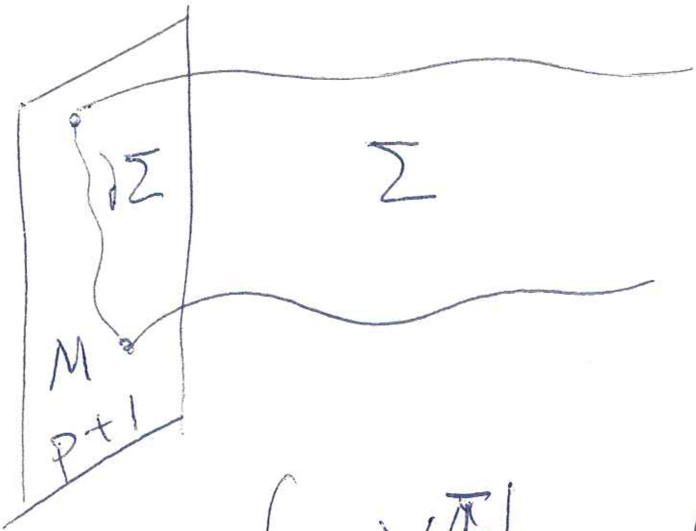
$\exists$ такие NS-браны (источник заряда-поля NS), M-браны в $d=11$ суперграв

и „феноменологические браны" —
— Рубаков — Шапошников, Двали, Randall-
— Sundrum и т.д.

D-браны „сделаны" из квантов откр. струн, кот. определяют эти гиперповерхности.

VI-2

Каковы ур. движ. (действие) для низкоэнергетич. (т.е. безмассовых) мод открытых струн в этом случае?



$X^M(\sigma,\tau)$ — вложение струн в 10d.

$\partial\Sigma \subset M$

$$\begin{cases} X^{I}\big|_{\partial\Sigma} = f^{I}(y) & \text{гр. усл. Дирихле} \\ I = 1, \dots 9-p & \\ X^{\mu} \quad \mu = 0, p & \text{гр. усл. Неймана (обычные)} \end{cases}$$

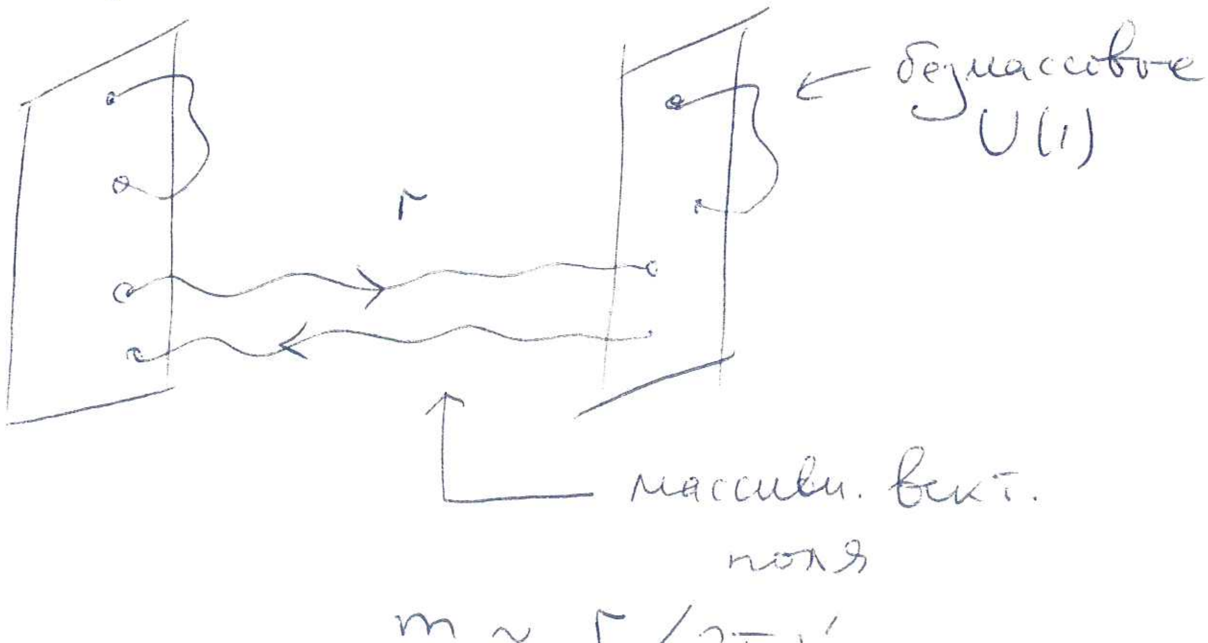
y — коорд. на M.

Спектр струн с данными гр. усл.
содержит калибр. поле $U(1)$ $A_\mu(y)$,
скаляры Φ_I и суперпартнеры.

Действие (σ-модель) для струны, взаимод. с этими
VI-3 полями $\Rightarrow$ отсутствие вейлевской
аномалии $\Rightarrow$ β-функц $= 0$
$\Rightarrow$ уравнения движ. для A_μ, Φ и т.д.
(или эфф. действие для них):

См. R. Leigh, Mod Phys Lett A, 4 (1989) p.2767.

Ту же операцию можно проделать в присутствии 2-х бран.



$m \sim r/2\pi\alpha'$

В этом случае спектр откр. струн содержит 2 безмасс. поля $U(1)$ и 2 массивных вект. поля (плюс суперпартнеры), причем массы вект. полей $\sim r$ (расст. между бранами).

При $r \to 0$ получаем 4 безмассовые компоненты

$$(A_\mu)^a_b \in U(2) \qquad a, b = 1, 2$$

и скаляры $(\Phi^i)^a_b$

VI-4 Т.о., динамика бран при низких энергиях — динамика калибр. теории со скал. полями в том же предст. группы + фермионы (тоже в присоед. предст.).

<u>Подробности</u> — см. Witten hep-th/9510135, Polchinski TASI Lectures on D-branes, C. Johnson „D-branes"

<u>Замечание</u>: рассмотрение силы взаим. между D3-branes (т.е. обмена квантами соотв. полей) показывает, что сила взаимод. равна нулю как следствие суперсимметрии (см. ссылки выше).

Рассмотрим N_c совпадающих D3-бран.
Безмассовые поля в этом случае:

A_μ, ϕ^i $i=1,..6$, 4 Вейлевских фермиона

– все в присоед. predст. $U(N_c)$, т.е. $N_c \times N_c$ - матрицы.

Низкоэнергетич. эффект. действие может быть получено в рез. размерной редукции

VI-5 действия $N=1$ SYM в $d=10$ до $d=4$

(см. ссылки выше)

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{g^2_{YM}} tr\left(\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}D_\mu\phi^i D^\mu\phi^i + [\phi^i, \phi^j]^2\right) + \text{фермионы}$$

коммутатор матриц

Эта теория хорошо известна с 70-80х гг.
(см., напр., P. West, „Суперсимметрия и супергравитация") как
$N=4$ Supersymmetric Yang-Mill (SYM) $U(N_c)$ теория в $d=3+1$.

В этой теории $\beta = 0$ (!) т.е.
теория конформна ($T^{\mu}_{\mu} = 0$).

Примечание: 3-петлевой результат для β-функции в этой теории был получен с помощью компьютерной алгебры в 1980 г.: Avdeev, Tarasov, Vladimirov, Phys Lett B 96 (1980) p. 94-96. Тот же рез. для всех петель и неперт. – см.

VI-6 книгу П. Уэста (P. West) выше и ссылки там.

Замечание: $U(N_c) = SU(N_c) \times U(1)$

параметр $U(1)$ отвечает движению центра инерции системы N_c бран.

Параметры $N=4$ SYM: N_c и g_{YM}

При $N_c \to \infty$, физ. величины и амплитуды теории имеют вид

$$A(g_{YM}, N_c) = \sum_{g=0}^{\infty} N_c^{2-2g} f_g(\lambda),$$

где $\lambda = g^2_{YM} N_c$ – константа связи т'Хофта

См. книги о $N_c \to \infty$ (Макеенко, Coleman и др).

<u>Ингредиенты $\mathcal{N}=4$ SYM</u>

$A_\mu(x)$ 2 ст. своб.

$\Phi^i(x)$ $i=1,..6$: 6 ст. своб.

$\lambda^a_\alpha(x)$ $\left.\begin{matrix} a=1,..4 \\ \alpha=1,2 \end{matrix}\right\}$ 8 ст. своб.

8 бозонных и 8 ферм. ст. своб.,

VI-7 все поля – матрицы $N_c \times N_c$ в присоед. представл. $SU(N_c)$.

Эта теория суперконформна: группа симметрий $PSU(2,2|4)$, вкл:

- конформн. симм. $SO(2,4)$ с генераторами $\underbrace{P_\mu, L_{\mu\nu}}_{\text{гр. Пуанкаре}}$, $\underbrace{D}_{\text{дилатации}}$, K_μ

- R-симметрия $SU(4)_R \sim SO(6)_R$

  T^A $A=1,..15$

- генерат. суперсимметрии Пуанкаре $Q^a_\alpha, \bar{Q}^a_{\dot\alpha}$ $a=1,..,4$ $\alpha, \dot\alpha = 1,2$

· генераторы суперсимм. расширения конф. группы $S_{\alpha a}, \bar{S}^{a}_{\dot\alpha}$;

См. П. Уэст – выше.

— У $N=4$ SYM $\beta=0$, т.е. $g_{YM}=\mathrm{const}$ (не зависит от энергии, в отл. от КХД). В теории нет УФ расходимостей для физ. величин (но составные операторы вроде $\mathrm{tr}\, F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$ и т.д. все равно нуждаются в перенормировке – см. книгу Коллинза „Перенормировка").

ЗVI 8

— Теория обладает дуальностью Монтонена-Олива (т.е. самодуальна под действ. группы $SL(2,\mathbb{Z})$, с $g_{YM}\to 2\pi/g_{YM}$) – см. лекции J. Harvey (TASI).

— $\exists$ α' поправки к данному $\mathcal{L}$. В отличие от теор. замкн. струн, в данном случае для одной браны их можно просуммировать (см. R. Leigh выше): для Dp-браны получим действие Дирака-Борна-Инфельда:

$$S_{DBI} = -T_{Dp} \int d^{p+1}x \, e^{-\phi} \sqrt{-\det\left(g_{\mu\nu}^{ind} + 2\pi\alpha' F_{\mu\nu}\right)}$$

$$T_{Dp} = \frac{1}{(2\pi)^p g_s l_s^{p+1}} \qquad U(1)$$

(Здесь предполагается, что поля $F_{\mu\nu}$ и т.д. постоянны или имеют небольшие градиенты по x.)

IV-9 Замечание: разложение S_{DBI} в ряд по α' (и $g_s = e^{\phi}$) приводит к идентификации $g_{YM}^2 = 4\pi g_s$ (здесь коэффициент зависит от нормировки генераторов $SU(N_c)$; в случае $\mathrm{tr}\, T^a T^b = c\, \delta^{ab}$ получим $g_{YM}^2 = 2\pi g_s / c$; станд. нормировка — это $c = 1/2$, но можно выбрать и $c = 1$ и т.д.).

Замечание: неабелева версия действия DBI известна лишь частично, см.

A. Tseytlin hep-th/9908105.

Замечание: для непостоянных полей кое-что известно, этим занимались Tseytlin; Bachas; Green.

Т. о., в картинке откр. струн получаем при низких энергиях ($\omega \ll 1/l_s$):

- $\mathcal{L}_{SYM} + O(\alpha' \omega^2)$: браны

VI-10

- замкн. струны в „bulk'e" — взаимод. с $G_{10} \sim g_s^2 l_s^8$, т.е. $\sim O(\omega^8 l_s^8)$

- Взаимод. откр. и замкн. струн $\sim \omega^8 G_{10} \sim \omega^8 l_s^8$.

При $\omega \ll 1/l_s$, имеем $\mathcal{L}_{SYM}$ в $d = 3+1$ („браны") $\oplus$ $Mink_{10}$, т.к. поправки к $\mathcal{L}_{SYM}$, взаим. замкн. струн между собой и с откр. струнами подавлены: $\omega^8 l_s^8 \ll 1$.